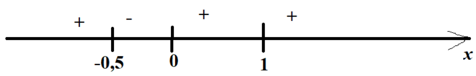
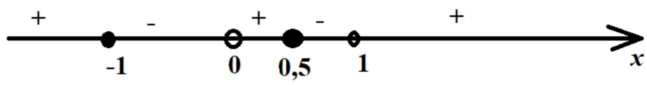
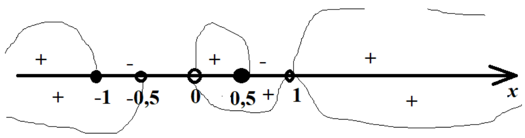
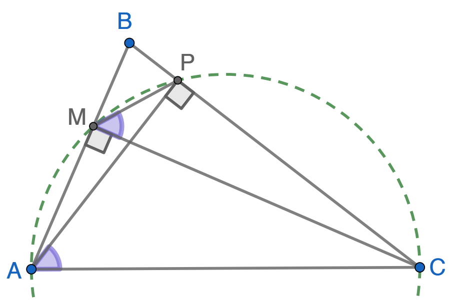
Примеры заданий 9 класс

1. Вычислить: $\sqrt{7-\sqrt{24}}-1-\left(\sqrt{7+\sqrt{24}}+1\right)$	**Решение:** $=\sqrt{7-\sqrt{24}}-1-\sqrt{7+\sqrt{24}}-1=$ $=\sqrt{1-2\sqrt{6}+(\sqrt{6})^2}-2-\sqrt{1+2\sqrt{6}+(\sqrt{6})^2}=$ $=\sqrt{(1-\sqrt{6})^2}-2-\sqrt{(1+\sqrt{6})^2}=\lvert 1-\sqrt{6}\rvert-2-(1+\sqrt{6})\ =\ \sqrt{6}-$ $1-2-1-\sqrt{6}=-4$ **Ответ: -4.**
2. Решить систему неравенств: $\begin{cases}\frac{2x^2+x}{(x-1)^2}>0,\\ \frac{x-1}{x}-\frac{x+1}{x-1}\le 2.\end{cases}$	**Решение:** 1) $\frac{2x(x+0,5)}{(x-1)^2}>0.$ Рассмотрю функцию $y=\frac{2x(x+0,5)}{(x-1)^2}$. D(y)= $(-\infty;1)\cup(1;\ +\infty)$, Нули функции: $x=0$ и $x=-0,5$.  $y>0$ при $x\in(-\infty;-0,5)\cup(0;1)\cup(1;+\infty)$; 2) $\frac{x-1}{x}-\frac{x+1}{x-1}\le 2$, $\frac{x-1}{x}-\frac{x+1}{x-1}-2\le 0$ $\frac{(x-1)^2-x(x+1)-2x(x-1)}{x(x-1)}\le 0$, $\frac{x^2-2x+1-x^2-x-2x^2+2x}{x(x-1)}\le 0$ $\frac{-2x^2-x+1}{x(x-1)}\le 0$, $\frac{(x+1)(x-0,5)}{x(x-1)}\ge 0$  $y\ge 0$ при $x\in(-\infty;-1]\cup(0;0,5]\cup(1;+\infty)$; 3) Тогда  **ОТВЕТ:** $(-\infty;-\mathbf{1}]\cup(\mathbf{0};\mathbf{0,5}]\cup(\mathbf{1};+\infty)$
3. В остроугольном Δ ABC проведены высоты AP и CM. а) Докажите, что ∠ PAC равен ∠ PMC. б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC, если известно, что PM = 8 и ∠ABC = 60°.	а) Углы APC и AMC — прямые, значит, точки A, M, P и C лежат на одной окружности с диаметром AC, и, следовательно, равны и вписанные углы PAC и PMC этой окружности, опирающиеся на дугу PC, что и требовалось доказать. б) Прямоугольные треугольники ABP и CBM имеют общий угол ABC, следовательно, они подобны, откуда $\frac{BM}{BP}=\frac{BC}{BA}$ или $\frac{BM}{BC}=\frac{BP}{BA}$, но тогда и треугольники BAC и BPM также подобны, причем коэффициент подобия равен $\frac{BQ}{BC}=\frac{BP}{BA}=\cos\angle ABC$, откуда $AC=\frac{PM}{\cos\angle ABC}=\frac{8}{\cos 60^\circ}=16$. Тогда радиус R окружности, описанной около треугольника ABC равен $R=\frac{AC}{2\sin\angle ABC}=\frac{16}{2\sin 60^\circ}=\frac{16}{\sqrt{3}}$. Ответ: $\frac{16}{\sqrt{3}}$. 
4. Для каждого значения параметра a решите уравнение	1) Если $a=2$, то уравнение принимает вид $0x^2+0x+3=0$, т.е. 3=0 это неверно. Значит, при $a=2$ уравнение не имеет корней.

$(a-2)x^2+(4-2a)x+3=0.$	2) Если $a \neq 2$, то это уравнение квадратное. $D=(4-2a)^2-4\cdot 3\cdot(a-2)=16-16a+4a^2-12a+24=$ $=4a^2-28a+40=4(a^2-7a+10)=4(a-2)(a-5)$ Если $D<0$, то уравнение не имеет корней. Значит, при $a \in (2;5)$ уравнение не имеет корней. Если $D=0$, то уравнение имеет один корень. Значит, при $a=5$ один корень $x=1$. Если D>0, то уравнение имеет два различных корня. Значит, при $a \in (-\infty;2)\cup(5;+\infty)$ уравнение имеет два корня $x_{1,2}=\frac{a-2\pm\sqrt{a^2-7a+10}}{a-2}$ Ответ: 1) при $a \in [2;5)$ уравнение не имеет корней; 2) при $a=5$ один корень $x=1$; 3) при $a \in (-\infty;2)\cup(5;+\infty)$ два корня $x_{1,2}=\frac{a-2\pm\sqrt{a^2-7a+10}}{a-2}$