

Геометрия.

1. В четырехугольнике $ABCD$ $\angle BAC = \angle BDC = 41^\circ$, а $\angle BDA = 39^\circ$. Чему равен $\angle ABC$?
2. Внутри окружности радиуса 10 проведены две хорды AB и CD , пересекающиеся в точке P . Известно, что $AP = 4$, $BP = 5$, $CP = 10$. Найдите DP .
3. Расстояние от центра описанной окружности O треугольника ABC до стороны $BC = 6$. Найдите длину высоты треугольника ABC , опущенную из вершины A , если $OH \parallel BC$, где H - ортоцентр треугольника ABC .

Комбинаторика.

1. Белоснежка купила 3 колпака красного цвета и 4 синего. Сколькими способами она может раздать эти колпаки семи гномам, каждому по 1 колпаку? (Считаем, что все гномы различны, а колпаки одного цвета одинаковы)
2. На окружности отмечено 6 точек. Сколько существует незамкнутых несамопересекающихся пятизвенных ломаных с вершинами в этих точках?
3. Метро в городе «Лютово» устроено так, что нет кольцевых линий, на каждой линии не более 3 станций, и на любой пересадке сходятся 2 линии. Какое наибольшее количество линий может быть в этом метро, если с любой станции на любую другую можно проехать, сделав не более 2 пересадок?

Алгебра.

1. Найдите наибольшее натуральное n , для которого $n^{2022} < 3^{3033}$
2. Какой остаток при делении на 13 будет давать число 2022^{12} ?
3. Известно, что произведение трех положительных чисел a, b, c равна 1. Какое наименьшее значение может принимать выражение $\frac{a^4}{b} + \frac{b^4}{c} + \frac{c^4}{a}$?